

ÉTUDE DES CHAÎNES DE SOLIDES

1 Définitions

1.1 Mobilité utile

m_u est le nombre de paramètres cinématiques indépendants qu'il faut définir pour connaître les mouvements des pièces d'entrée et de sortie du mécanisme.

1.2 Mobilité interne

m_i est le nombre de paramètres cinématiques indépendants qu'il faut définir pour connaître les mouvements des pièces intermédiaires du mécanisme.

1.3 Mobilité

m est le nombre de paramètres cinématiques indépendants qu'il faut définir pour connaître les mouvements de toutes les pièces du mécanisme.

$$m = m_u + m_i$$

1.4 Hyperstaticité

Un mécanisme est hyperstatique lorsque les efforts extérieurs étant connus, les équations issues de l'application du PFS (ou PFD) ne permettent pas de calculer toutes les inconnues d'efforts de liaison.

h (degré d'hyperstatisme) est le nombre d'inconnues d'effort dont il faut imposer la valeur pour pouvoir calculer les autres inconnues.

$$h = \{\text{nombre d'inconnues}\} - \{\text{nombre d'équations libres}\}$$

1.5 Considérations générales

- Si un système est mobile d'ordre m_n il y a m_n relations indépendantes entre les efforts à l'entrée et la sortie du mécanisme.
- Une mobilité interne conduit en général à une équation $0 = 0$ lors de l'étude de l'équilibre statique d'un (ensemble de) solide(s).
- Un degré d'hyperstatisme correspond à une variable cinématique imposée (généralement 0) dans une liaison, alors que les équations issues de la fermeture de la chaîne cinématique auraient permis de déterminer cette valeur. On dit qu'on est en présence de liaisons *surabondantes*.

2 Formules de mobilité

2.1 Mécanisme à une boucle

$$I_c - 6 = m_u + m_i - h$$

avec : I_c le nombre d'inconnues cinématiques

$6 = 6$ (nombre d'équations résultante (3) + moment (3))

Nombre cyclomatique :

$$\gamma = n_L - p + 1$$

avec : n_L le nombre de liaisons

p le nombre de pièces

2.2 Mécanisme à p pièces et n_L liaisons

La formule issue de l'étude cinématique est :

$$I_c - 6\gamma = m_u + m_i - h$$

La formule issue de l'étude statique est :

$$6(p - 1) - I_s = m_u + m_i - h$$

avec I_s le nombre d'inconnues statiques (rien à voir avec le nombre de marmottes dans la montagne)

2.3 Modélisation plane

Étude cinématique :

$$I_c - 3\gamma = m_u + m_i - h$$

Étude statique :

$$3(p - 1) - I_s = m_u + m_i - h$$

2.4 Indice de mobilité

$$I = m - h = \begin{cases} \text{nombre d'inconnues cinématiques} - \text{nombre d'équations cinématiques} \\ \text{nombre d'équations statiques} - \text{nombre d'inconnues d'efforts} \end{cases}$$