Conduction Thermique

1 Transferts de chaleur

1.1 Rayonnement

Tout corps porté à une température T émet un rayonement électromagnétique dont le spectre est caractérisé par T. Les photons absorbés sont transformés en énergie thermique.
→ échange d'énergie à distance.

1.2 Convection

Les fluides en mouvement échangent de la chaleur entre eux lorsqu'ils brassent des fluides de températures différentes.
→ échange d'énergie avec échange de matière.

1.3 Conduction (ou diffusion)

Transfert d'énergie cinétique entre les molécules de deux corps en contact par chocs inélastiques.
→ la conduction existe toujours lorsque deux systèmes sont en contact. Elle est souvent masquée par la convection dans les fluides, car la convection est beaucoup plus efficace et rapide.

2 Loi de Fourier

2.1 Flux thermique, densité de courant thermique

2.1.1 Flux thermique

Soit $\overrightarrow{S} = S\overrightarrow{u_x}$ une section d'un barreau. Le flux thermique à travers $\overrightarrow{S}$, noté $\Phi_{\overrightarrow{S}}$ est la puissance thermique traversant S :

- $\Phi_{\overrightarrow{S}} > 0$ s'il est du sens de $\overrightarrow{S}$
- $\Phi_{\overrightarrow{S}} < 0$ sinon

$\Phi_{\overrightarrow{S}}$ est une fonction de $\overrightarrow{S}$, x, t.

2.1.2 Densité de courant thermique

La densité de courant (ou de flux) thermique est :

$$j_Q = \frac{d\Phi_{\overrightarrow{S}}}{dS}$$

Ou encore $\dfrac{\Phi_{\overrightarrow{S}}}{S}$ si $\Phi_{\overrightarrow{S}}$ est uniforme sur $\overrightarrow{S}$.

2.2 Loi de Fourier à une dimension

C'est une loi phénoménologique qui décrit la conduction. Si la conduction est le mode de transfert thermique dominant on a alors :

$$j_Q = -k\frac{\partial T}{\partial x} \qquad k > 0$$

k est la conductivité thermique du matériau.

3 Diffusion thermique

3.1 Bilan d'énergie

Pour un système à une dimension avec transferts thermiques, l'équation de conservation de l'énergie s'écrit :

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial j_Q}{\partial x} = 0$$

3.2 Équation de la chaleur à une dimension

En partant du bilan d'énergie et de la loi de Fourier, on obtient :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

avec $\kappa = \dfrac{k}{\rho c}$ la diffusivité thermique. $[\kappa] = L^2 T^{-1}$

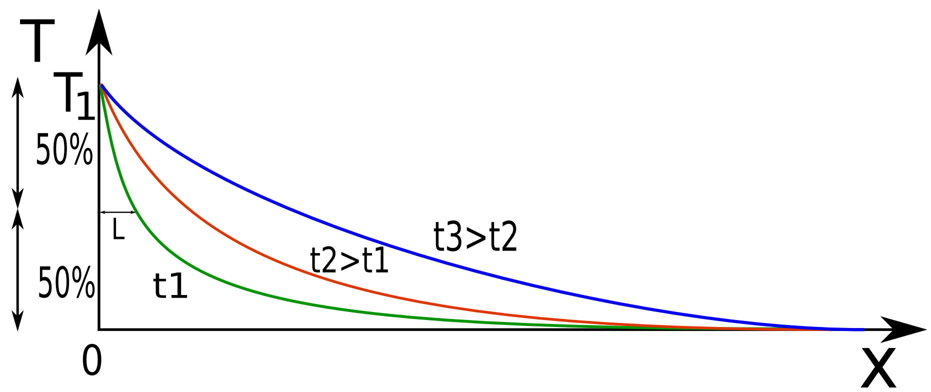
4 Généralisation à 3 dimensions

- Loi de Fourier :
$$\overrightarrow{j_Q} = -k\overrightarrow{\text{grad}}(T)$$
- Bilan d'énergie à 3D :
$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \text{div}(\overrightarrow{j_Q}) = 0$$
- Bilan d'énergie dans le cas de la conduction
$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \Delta T$$

5 Exemples

5.1 Régime instationnaire

La solution générale nécessite des outils mathématiques très élaborés, on exploite donc des résultats qualitatifs.
Exemple : On met en contact l'extrémité d'un barreau semi-infini avec un thermostat à T_1.



On remarque que le processus est très lent et que L est proportionnel à $\sqrt{\kappa t}$

5.2 Régime permanent

On attend « assez longtemps »pour qu'un régime stationnaire s'établisse : $\dfrac{\partial T}{\partial t} = 0$
T est une fonction affine de x

5.3 Analogie électrique

On considère un régime permanent.

Électricité	Conduction
$\overrightarrow{j}$	$\overrightarrow{j_Q}$
I	Φ
V	T

La résistance thermique d'un barreau de longueur l, de surface S et de conductivité thermique k est :

$$R = \frac{l}{kS}$$

Loi d'Ohm thermique :

$$\Delta T = R_{th}\Phi$$