# Induction Électromagnétique

## 1 Généralités sur le phénomène d'induction

### 1.1 Loi de Faraday

Si un conducteur est plongé dans $\overrightarrow{B}$ variable au cours du temps ou s'il est en mouvement dans $\overrightarrow{B}$ constant, alors il apparait aux bornes du conducteur une f.é.m induite :

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} \qquad \text{avec} \quad \Phi = \iint_{\text{circuit}} \overrightarrow{B}.\overrightarrow{dS}$$

### 1.2 ARQS

On se situe dans l'approximation de régimes quasi-permanents si les courants varient de façon « relativement lente »au cours du temps.

**Loi de Biot et Savart :**

Distribution filiforme

$$\overrightarrow{B}(M,t) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{P\in\text{circuit}} \frac{I(t)\overrightarrow{dl}(P)\wedge\overrightarrow{u}_{PM}}{r^2{}_{PM}}$$

Distribution volumique

$$\overrightarrow{B}(M,t) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{P\in\text{circuit}} \frac{\overrightarrow{j}(P,t)\wedge\overrightarrow{u}_{PM}}{r^2{}_{PM}}d\tau$$

**Équation de Maxwell-Ampère :** $\overrightarrow{\text{rot}}\overrightarrow{B} = \mu_0\overrightarrow{j}$

**Équation de Maxwell-Thomson :** $\text{div}\overrightarrow{B} = 0$

**Loi des noeuds :** $\text{div}\overrightarrow{j} = 0$

### 1.3 Force de Laplace

$$d\overrightarrow{F}_{\text{laplace}} = I\overrightarrow{dl}\wedge\overrightarrow{B}$$

### 1.4 Loi de Lenz

Le sens du courant induit est tel que ses effets s'opposent aux causes qui lui donnent naissance.

## 2 Circuit fixe dans $\overrightarrow{B}$ variable

### 2.1 Équation de Maxwell-Faraday

$$\overrightarrow{\text{rot}}\overrightarrow{E} = -\frac{\partial\overrightarrow{B}}{\partial dt}$$

### 2.2 Potentiel scalaire

$$\overrightarrow{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}\,V - \frac{\partial\overrightarrow{A}}{\partial t}$$

$\overrightarrow{E} + \frac{\partial\overrightarrow{A}}{\partial t}$ est à circulation conservative, on dit parfois que $\overrightarrow{E}_m = -\frac{\partial\overrightarrow{A}}{\partial t}$ est le champ électromoteur (il est à circulation non conservative, c'est lui qui met en mouvement les électrons). On peut montrer en ARQS : $V(M,t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\iint\frac{\rho(P,t)d\tau(P)}{r_{PM}}$

# 3 Auto-induction

## 3.1 Auto-induction

Cas où le circuit parcouru par un courant est sensible au champ magnétique qu'il crée lui même : son *champ propre*.

## 3.2 Inductance propre

Le coefficient de proportionnalité entre $\Phi_p$ (flux propre = flux du champ propre à travers le circuit) et $i$ dépend uniquement de la géométrie du circuit et est appelé *inductance propre* : $L$

$$\Phi_p = Li$$

## 3.3 Énergie magnétique

Énergie magnétique contenue dans un volume $V$ ou règne $\overrightarrow{B}$ uniforme : $\mathcal{E} = \dfrac{B^2}{2\mu_0}V$

Densité volumique d'énergie magnétique : $u_m = \dfrac{\mathcal{E}}{V}$

**Plus généralement :** $u_m = \dfrac{d\mathcal{E}_m}{d\tau} = \dfrac{B^2}{2\mu_0}$

# 4 Induction mutuelle

## 4.1 Théorème de Neumann

$M_{ij}$ = coefficient d'induction mutuelle du circuit $\mathcal{C}_i$ parcouru par un courant $I_i(t)$ sur $\mathcal{C}_j$.

$$M_{ij} = M_{ji} \qquad \text{et} \qquad \Phi_{ij} = MI_j$$

## 4.2 Énergie d'un ensemble de deux circuits couplés

$$\mathcal{E}_m = \frac{1}{2}L_1I_1^2 + \frac{1}{2}L_2I_2^2 + MI_1I_2$$

Autre expression, généralisable à $N$ circuits :

$$\mathcal{E}_m = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} I_i\Phi_i$$

# 5 Circuit mobile dans $\overrightarrow{B}$ permanent

## 5.1 Expression de la fém d'induction

Autre expression de la fém induite, dans une portion $AB$ de circuit mobile à $\overrightarrow{v}$ constant dans $\overrightarrow{B}$ permanent :

$$e_{AB} = \int_A^B (\overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B}).\overrightarrow{dl}$$

Si le circuit est fermé :

$$e = \oint_{\text{circuit}} (\overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B}).\overrightarrow{dl}$$

## 5.2 Courants de Foucault

Ce sont des courants *induits* dans le *volume* d'un conducteur. On les évite en feuilletant le conducteur.

# 6 Conversion Électromagnétique

## 6.1 Principe général

Induction → conversion du mouvement ↔ courant (← Lorenz, → Neuman)
D'où : conversion énergie mécanique ↔ énergie électrique.

**Exemples a connaitre :**
- Convertisseur asynchrone
- Haut-Parleur
- Ralentisseur électromagnétique