# Magnétostatique

## 1 Champ magnétique

### 1.1 Distribution de courant

Soit $\overrightarrow{S}$ une surface orientée dans un milieu. Le courant électrique traversant $\overrightarrow{S}$ se définit par : $I = \dfrac{dq}{dt}$
En régime permanent, $I$ est indépendant du temps, il n'y a pas de création de charge électrique.
Densité volumique de courant : $\overrightarrow{j} = \sum_i \rho_{m_i} \overrightarrow{v}_i$ avec $\rho_{m_i}$ la densité volumique de charge des porteurs de type $i$, et $\overrightarrow{v}_i$ la vitesse des porteurs de type $i$.
Lien entre $I$ et $\overrightarrow{j}$ : $I = \iint_S \overrightarrow{j}\ \overrightarrow{dS}$
On définit aussi des distributions surfacique et linéique de courant.

### 1.2 Loi de Biot et Savart

Un courant $I$ dans un circuit engendre dans tout l'espace un champ magnétique $\overrightarrow{B}$ :

$$\overrightarrow{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{P \in \text{circuit}} \frac{I\overrightarrow{dl}(P) \wedge \overrightarrow{u}_{PM}}{{r_{PM}}^2} \qquad \overrightarrow{dl} \text{ est orienté d'après } I$$

### 1.3 Topographie de $\overrightarrow{B}$

On peut visualiser les lignes de champ magnétique expérimentalement. On remarque que les lignes de champ magnétique ne peuvent pas se couper en un point de l'espace.

## 2 Propriétés

### 2.1 Invariances

Si la distribution de courant est invariante par translation suivant un axe, alors le champ créé est invariant par translation suivant le même axe.

Si la distribution de courant est invariante par rotation autour d'un axe, alors le champ créé est invariant par rotation autour du même axe.

### 2.2 Symétries

Soit $(\pi)$ un plan de symétrie pour la distribution de courant. On a : $\overrightarrow{B}(\mathcal{S}(M)_\pi) = -\mathcal{S}(\overrightarrow{B}(M))_\pi$
Soit $(\pi')$ un plan d'antisymétrie pour la distribution de courant. On a : $\overrightarrow{B}(\mathcal{S}(M)_{\pi'}) = \mathcal{S}(\overrightarrow{B}(M))_{\pi'}$

### 2.3 Conservation du flux

Le flux magnétique est conservé le long d'un tube de champ. Le flux $\oiint_S \overrightarrow{B}\ \overrightarrow{dS}$ ne dépend que du bord de $S$ et non de $S$.

### 2.4 Théorème d'Ampère

Soit $\Gamma$ un contour fermé orienté. On a :

$$\oint_\Gamma \overrightarrow{B}\ \overrightarrow{dl} = \mu_0\ I_{\text{enlacé}} \qquad \text{où } I_{\text{enlacé}} \text{ est la somme algébrique des courants enlacés par } \Gamma.$$

### 2.5 Exemples d'expressions de $\overrightarrow{B}$

**Champ sur l'axe d'une spire circulaire :** $\overrightarrow{B}(M) = \dfrac{\mu_0 I}{2a} \sin^3\theta \, \overrightarrow{u}_z$

**Champ sur l'axe d'un solénoïde circulaire :** $\overrightarrow{B}(M) = \dfrac{\mu_0 n I}{2a}(\cos\theta_B - \cos\theta_A)\overrightarrow{u}_z$

**Solénoïde infini :** $\overrightarrow{B}(M) = \mu_0 n I \overrightarrow{u}_z$

# 3 Propriétés locales de $\overrightarrow{B}$

### 3.1 Équation de Maxwell-Ampère

$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\overrightarrow{B} = \mu_0 \,\overrightarrow{j}$$

### 3.2 Formule de Stokes

$\mathcal{C}$ un contour fermé orienté. Quel que soit le champ de vecteur $\overrightarrow{C}$, on a : $\displaystyle\oint_{\mathcal{C}} \overrightarrow{C}\,\overrightarrow{dl} = \iint_{S(\mathcal{C})} \overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\overrightarrow{C}\,\overrightarrow{dS}$

**Remarque :** Équation de Maxwell-Farraday pour l'électrostatique : $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\overrightarrow{E} = 0$

### 3.3 Equation du flux/Equation de Maxwell-Thomson

$$\mathrm{div}\overrightarrow{B} = 0$$

### 3.4 Potentiel vecteur

Il existe $\overrightarrow{A}$ tel que $\overrightarrow{B} = \overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\overrightarrow{A}$. $\overrightarrow{A}$ s'apelle potentiel vecteur associé à $\overrightarrow{B}$. Il n'est pas unique : pour $\varphi$ un champ scalaire quelconque, $\overrightarrow{A} + \overrightarrow{\mathrm{grad}}\varphi$ est aussi un potentiel vecteur associé à $\overrightarrow{B}$.

# 4 Forces magnétiques

### 4.1 Force volumique de Lorentz

Un milieu contenant des porteurs de charges mobiles (densité volumique de courant $\overrightarrow{j}$) plongé dans un champ magnétique $\overrightarrow{B}$ subit une force : $\overrightarrow{f} = \dfrac{d\overrightarrow{F}}{d\tau} = \overrightarrow{j} \wedge \overrightarrow{B}$

### 4.2 Force de Laplace

La force magnétique s'exerçant sur un circuit filiforme parcouru par un courant $I$ est : $\overrightarrow{F} = \displaystyle\int_{\text{circuit}} I\overrightarrow{dl} \wedge \overrightarrow{B}$

### 4.3 Moment magnétique d'un circuit

Soit $\mathcal{C}$ un circuit plan filiforme et indéformable, orienté par $I$, $\overrightarrow{S}$ la surface plane définie par le circuit, orientée d'après $\mathcal{C}$. On appelle moment magnétique le vecteur : $\overrightarrow{\mathcal{M}} = I\,\overrightarrow{S}$

### 4.4 Couple magnétique

Le moment des forces magnétiques agissant sur un circuit plan, filiforme et indéformable plongé dans un champ $\overrightarrow{B}$ est :

$$\overrightarrow{\Gamma} = \overrightarrow{\mathcal{M}} \wedge \overrightarrow{B}$$